

重點內容

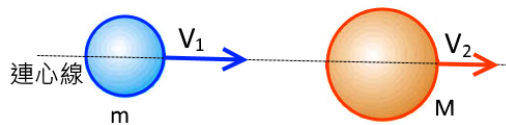
6-2 彈性碰撞



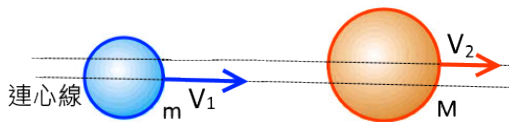
(一) 彈性碰撞：

A、碰撞的種類：

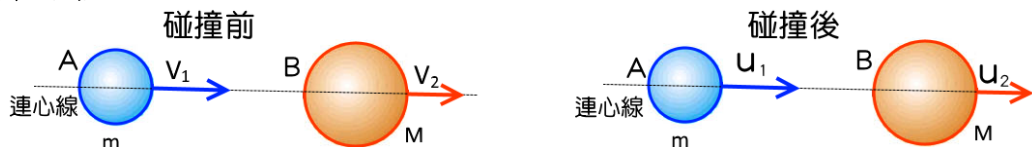
(1) 兩物體在碰撞前後的運動方向(速度)始終維持在同一直線上，此時兩物體質心的連線與碰撞點在同一直線，我們稱此種碰撞為『正向碰撞』，由於碰撞前後始終維持在同一直線上的運動，因此也稱為『一維碰撞』。



(2) 若兩物體在碰撞前質心的運動方向(速度)不在同一直線上，則兩物體在碰撞後的運動方向會沿著同一平面上的不同的方向，則稱此種碰撞為『斜向碰撞』，或是『平面碰撞』，也稱為『二維碰撞』。



B、正向彈性碰撞：



質量 m 的 A 物體以 v_1 的速度與質量 M 速度 v_2 的 B 物體，發生正向彈性碰撞，假設碰撞後 A 物體的速度變為 u_1 ，而 B 物體的速度變為 u_2 ：

(1) 碰撞前後的瞬間遵守動量守恆： $mv_1 + Mv_2 = mu_1 + Mu_2 \dots\dots ①$

(2) 碰撞前後的瞬間遵守動能守恆： $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}Mu_2^2 \dots\dots ②$

由 ① $mv_1 - mu_1 = Mu_2 - Mv_2 \rightarrow m(v_1 - u_1) = M(u_2 - v_2) \dots\dots ③$

由 ② $mv_1^2 + Mv_2^2 = mu_1^2 + Mu_2^2 \rightarrow mv_1^2 + Mv_2^2 = mu_1^2 + Mu_2^2$

$\rightarrow mv_1^2 - mu_1^2 = Mu_2^2 - Mv_2^2 \rightarrow m(v_1^2 - u_1^2) = M(u_2^2 - v_2^2) \dots\dots ④$

將 $\frac{④}{③} \rightarrow \frac{m(v_1^2 - u_1^2)}{m(v_1 - u_1)} = \frac{M(u_2^2 - v_2^2)}{M(u_2 - v_2)} \rightarrow v_1 + u_1 = v_2 + u_2 \rightarrow u_2 = v_1 + u_1 - v_2 \dots\dots ⑤$

將 ⑤ 代入 ① 可得 $mv_1 + Mv_2 = mu_1 + M(v_1 + u_1 - v_2) = mu_1 + Mv_1 + Mu_1 - Mv_2$
 $\rightarrow (mv_1 - Mv_1) + (Mv_2 + Mv_2) = (m+M)u_1 \rightarrow (m+M)u_1 = (m-M)v_1 + 2Mv_2$

$\rightarrow u_1 = \frac{m-M}{m+M}v_1 + \frac{2M}{m+M}v_2 \dots\dots ⑥$

將 ⑥ 代入 ⑤ 可得 $u_2 = \frac{2m}{m+M}v_1 + \frac{m-M}{m+M}v_2$

(3) 結論： 正向彈性碰撞後 A 物體的速度為 $u_1 = \frac{m-M}{m+M}v_1 + \frac{2M}{m+M}v_2$

正向彈性碰撞後 B 物體的速度為 $u_2 = \frac{2m}{m+M}v_1 + \frac{m-M}{m+M}v_2$



(二)彈性正向碰撞的特例討論：

A、蚊子撞大象：

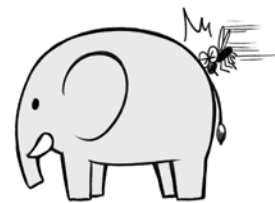
(1)極輕的物體 A 物體以 v_1 的速度碰撞極重且原為靜止的 B 物體，此時 $m \ll M$ ，因此可將 m 視為零。

$$(2) \text{蚊子(極輕的物體)的速度 } u_1 = \frac{m-M}{m+M} v_1 = \frac{0-M}{0+M} v_1 = -v_1$$

$$\text{大象(極重的物體)的速度 } u_2 = \frac{2m}{m+M} v_1 = \frac{2 \times 0}{0+M} v_1 = 0$$

(3)結論：蚊子撞大象時，蚊子原速反彈，而大象速度不變。

(4)騎腳踏車撞牆，若腳踏車原速 10 m/s 撞入，則腳踏車以 10 m/s 的速度反方向彈回。



B、大象撞蚊子：

(1)極重的物體 A 物體以 v_1 的速度碰撞極輕且原為靜止的 B 物體，此時 $M \gg m$ ，因此可將 m 視為零。

$$(2) \text{大象(極重的物體)的速度 } u_1 = \frac{M-m}{M+m} v_1 = \frac{M-0}{M+0} v_1 = v_1$$

$$\text{蚊子(極輕的物體)的速度 } u_2 = \frac{2M}{M+m} v_1 = \frac{2M}{M+0} v_1 = 2v_1$$

(3)結論：大象撞蚊子時，蚊子以 2 倍速度飛出，而大象速度不變。

(4)卡車以 20 m/s 撞上原為靜止的機車時，機車以 40 m/s 的速度向前飛出，而卡車速度不受影響。



C、質量相等的兩球碰撞：

(1)A、B 兩球相互碰撞，若兩球質量相等時，假設 $m=M$ ，則

$$u_1 = \frac{m-M}{m+M} v_1 + \frac{2M}{m+M} v_2 = \frac{m-m}{m+m} v_1 + \frac{2m}{m+m} v_2 = v_2$$

$$u_2 = \frac{2m}{m+M} v_1 + \frac{m-M}{m+M} v_2 = \frac{2m}{m+m} v_1 + \frac{m-m}{m+m} v_2 = v_1$$

碰撞後 A 球的變成 B 球原來的速度，而 B 球的速度變為 A 球原來的速度。

(2)碰撞時若質量相等，則兩球的速度交換。

(3)A 球速度為 12 m/s 向東撞擊質量相等、速度為 15 m/s 向西的 B 球，則碰撞後：
A 球的速度變成 15 m/s 向西，而 B 球速度變成 12 m/s 向東。

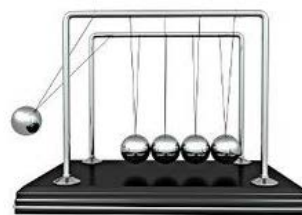
(4)A 球速度為 12 m/s 向東撞擊質量相等、原為靜止的 B 球，則碰撞後：
A 球變成靜止，而 B 球速度變成 12 m/s 向東。

(5)牛頓擺：

甲、如右圖的裝置，稱為牛頓擺。

乙、左邊提起一顆金屬球鬆手後，一顆金屬球撞擊，會引起右邊一顆金屬球以相等速率彈出，而當右邊金屬球落下時，同樣引起左邊 1 顆金屬球彈出，如此反覆進行。

丙、左邊 2 顆金屬球撞擊，會引起右邊 2 顆金屬球以相等速率彈出。



範例 1

質量不等的兩物體作正面彈性碰撞，在此過程中，兩物體何種物理量量值必相等？(應選三項)
 (A)碰撞的交互作用之力 (B)動量變化量 (C)速度的變化量
 (D)碰撞前後的動能變化量 (E)加速度。

【答案】：ABD

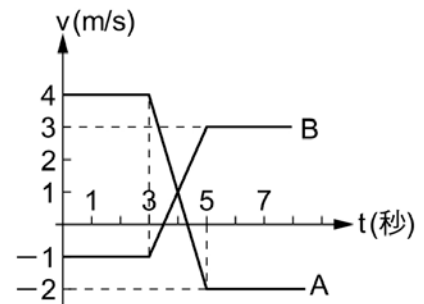
範例 2

質量各為 3 kg、2 kg 的 A、B 兩質點在一直線上運動，速度各為 18 m/s、8 m/s，則發生彈性碰撞後：(應選兩項)
 (A)A 之速度為 10 m/s (B)B 之速度為 16 m/s (C)A 與 B 的動量和為 70 kg·m/s
 (D)A 與 B 的動量和為 75 kg·m/s (E)A 與 B 的動能和為 245 J。

【答案】：AC

範例 3

距離為 25 m 的 A 與 B 兩球於一直線上作正向彈性碰撞，若 A 與 B 的速度(v)和時間(t)的關係如右圖，其中 B 球的質量為 6 kg，則下列敘述何者正確？(應選三項)
 (A)碰撞前後，B 球動量變化量為 12 kg·m/s (B)A 球的質量為 4 kg (C)A、B 兩球碰撞期間平均作用力的大小為 12 N
 (D)A、B 兩球最接近的時刻為 t=4 秒 (E)承(D)，此時 A、B 兩球減少的動能為 5 J。



【答案】：BCD

範例 4

A 球正向彈性碰撞靜止在光滑水平面上的 B 球後，A 球以原有入射速率的 $\frac{2}{3}$ 反彈，則 A 之質量為 B 的若干倍？
 (A)1/3 (B)2/3 (C)1/4 (D)1/5 (E)2/5。

【答案】：D

範例 5

甲、乙兩物體作一維彈性碰撞，已知甲物體碰撞前後速度由 5 m/s 變成 3 m/s ，乙物體速度原為 -2 m/s ，求甲、乙兩物體的質量比為若干？

(A) 2 : 1 (B) 3 : 1 (C) 4 : 1 (D) 5 : 1 (D) 5 : 2 (E) 6 : 1。

【答案】：E

範例 6

(1) 甲木塊質量 4 公斤，乙木塊質量為 2 公斤，甲的運動速度為 5 公尺/秒向東，乙的運動速度為 5 公尺/秒向西。若取向東為正值，則甲、乙兩木塊之動能各為多少焦耳？

(A) 20、10 (B) 50、-25 (C) 20、-10 (D) 20、-20 (E) 50、25。

(2) 承上題，若甲、乙木塊發生正向彈性碰撞，試求甲、乙撞後之速度為多少公尺/秒？

(A) $\frac{5}{3}$ 、 $\frac{25}{3}$ (B) $\frac{25}{3}$ 、 $-\frac{5}{3}$ (C) $-\frac{25}{3}$ 、 $\frac{5}{3}$ (D) $-\frac{5}{3}$ 、 $\frac{25}{3}$ (E) -5、5。

【答案】：(1)E； (2)D

範例 7

質量 4 kg 之 A 球以 12 m/s 與靜止質量 2 kg 之 B 球作正向彈性碰撞，求：

(1) 撞後速度 $v_A = \underline{\hspace{2cm}}$ m/s。

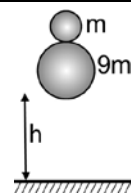
(2) 撞後速度 $v_B = \underline{\hspace{2cm}}$ m/s。

【答案】：(1) 4 m/s ； (2) 16 m/s

範例 8

如右圖，質量為 m 的小球擺在質量為 $9m$ 的大球之上，兩球同時自距地面高 h 處自由落下。假設兩球的半徑遠小於 h ，兩球與地面間的碰撞和兩球之間的碰撞皆是正向彈性碰撞，請問小球反彈的高度比大球反彈的高度高為若干 h ？

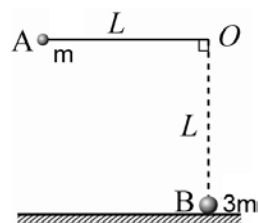
(A) $7.2m$ (B) $6.4m$ (C) $6.0m$ (D) $5.6m$ (E) $4.8m$ 。



【答案】：B

類1.如右圖，一球質量 m ，以細繩繫住，線長 L ，一端固定於 O 點， \overline{AO} 為水平， m 自 A 靜止降落，在 B 處與靜止之質量 $3m$ 的物體作彈性碰撞，則 A 與 B 彈跳之高度比為若干？

(A) 1 : 1 (B) 2 : 1 (C) 3 : 1 (D) 3 : 2 (E) 4 : 1。

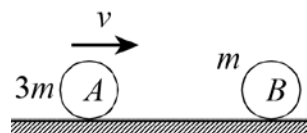


類2.二單擺擺長相同，若將質量為 m_1 的單擺拉起至擺線與鉛直線夾某一特定角度後放開，使之在最低點與質量為 m_2 的單擺發生直線碰撞，若兩單擺發生的是彈性碰撞，則 m_2 上升的最大高度為 h_1 ；若兩單擺碰撞後結成一體，則合體上升的最大高度為 h_2 ，試求 $\frac{h_1}{h_2}$ 為何？

(A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 4 (D) 6 (E) 8

類3.如右圖，質量為 $3m$ 的 A 球以 v 的速度與質量為 m 的靜止 B 球發生一維正向彈性碰撞，則碰撞後， B 球的速率為

(A) v (B) $2v$ (C) $\frac{1}{2}v$ (D) $\frac{2}{3}v$ (E) $\frac{3}{2}v$ 。

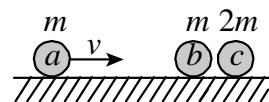


類4.甲、乙兩球相向作正向碰撞，碰撞後，甲球反彈乙球靜止，則

(A) 碰撞前，甲動量量值較乙小 (B) 碰撞前，甲速率較乙小 (C) 碰撞時，甲的動量變化量量值較乙小 (D) 碰撞前，甲動能較乙小 (E) 甲質量較乙小。

類5.如右圖， b 、 c 兩球的質量分別為 m 及 $2m$ ，其間有微小距離。質量為 m 的 a 球以 v 的速度向右撞擊 b 球， b 球受撞擊後又與 c 球發生第二次碰撞， b 球反彈後又與 a 球發生第三次碰撞。設所有的碰撞均為正向彈性碰撞，則所有碰撞均結束後， a 、 b 、 c 最終速度分別為

(A) 0 、 0 、 $\frac{2}{3}v$ (B) $-\frac{2}{3}v$ 、 0 、 $\frac{1}{3}v$ (C) 0 、 $\frac{1}{3}v$ 、 $\frac{2}{3}v$ (D) $-\frac{1}{3}v$ 、 $-\frac{1}{3}v$ 、 $\frac{2}{3}v$ (E) $-\frac{1}{3}v$ 、 0 、 $\frac{2}{3}v$ 。



類6.蚊子在空氣中飛行，不慎撞及靜臥於路邊的大象，設彼此碰撞為正向彈性碰撞，則關於碰撞後兩者的速度，下列敘述何者正確？

(A) 蚊子以原速率反彈，大象靜止不動 (B) 蚊子以 2 倍速率反彈，大象維持靜止不動 (C) 蚊子飛行速率減半反彈，大象以維持靜止不動 (D) 蚊子速度幾乎不變，大象與蚊子的速度相同 (E) 蚊子變成靜止，大象以原速率飛出。

類7.質量 0.1kg ，速度 10m/s 的甲質點，正向彈性碰撞質量為 1000kg 的乙質點，則碰撞後甲質點的速率約為多少 m/s ？
 (A)0 (B)5 (C)10 (D)15 (E)20。

類8.質量相同的甲乙兩球各以 10 公尺/秒、 5 公尺/秒相向作正向彈性碰撞，碰撞後甲以 5 公尺/秒的速率反彈，則乙反彈的速率為
 (A)5 (B)15 (C)2 (D)4 (E)10 公尺/秒。

類9.在可忽略摩擦力的水平桌面上，將質量為 10.0 克的伍拾圓硬幣與質量為 5.0 克的伍圓硬幣同方向彈出，使之分別以 $+15$ 公分/秒及 $+6.0$ 公分/秒的速度運動(以向右為正)，並發生正面彈性碰撞，則碰撞後兩硬幣的速度分別為何？
 (A)五十元硬幣： 6 公分/秒，五元硬幣： 18 公分/秒 (B)五十元硬幣： 6 公分/秒，五元硬幣： 12 公分/秒
 (C)五十元硬幣： 9 公分/秒，五元硬幣： 12 公分/秒 (D)五十元硬幣： 6 公分/秒，五元硬幣： 9 公分/秒
 (E)五十元硬幣： 9 公分/秒，五元硬幣： 18 公分/秒。

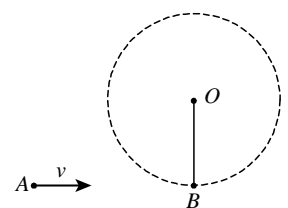
類10.質量為 $m_1 = 1$ 公斤的質點甲，以速度 3 公尺/秒，與質量為 $m_2 = 2$ 公斤的靜止質點乙作彈性碰撞，則碰撞後質點甲、乙的速率分別為多少 m/s ？
 (A)1, 2 (B)2, 1 (C)2, 2 (D)3, 2 (E)2, 3。



類11.一物體質量 2 公斤與另一靜止物體作一維彈性碰撞後，以原速率的 $1/4$ 在原方向運動，則被撞物體質量為
 (A)1 (B)1.2 (C)1.5 (D)1.8 (E)1.6 公斤。

類12.如右圖，以長度 L 的輕繩將質量 $2m$ 的 B 球靜止懸吊於 O 點，若質量 m 的 A 球以速率 v 和 B 球發生一維彈性碰撞，且碰撞後欲使 B 球沿鉛直面作完整的圓周運動，則速率 v 最小值為

(A) $\frac{1}{2}\sqrt{gL}$ (B) $\frac{1}{2}\sqrt{3gL}$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{5gL}$ (D) $\frac{3}{2}\sqrt{gL}$ (E) $\frac{3}{2}\sqrt{5gL}$ 。

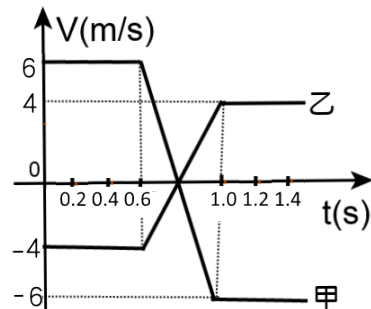


綜合練習

6-2 彈性碰撞

一、單一選擇題：

【題組一】甲、乙兩球於直線上作正向彈性碰撞，其速度 v 和時間 t 關係如右圖，請回答下列問題：



- ___ 1. 甲、乙兩球的質量比為若干？
(A) 1 : 2 (B) 1 : 3 (C) 1 : 4 (D) 2 : 3 (E) 3 : 2。
- ___ 2. 若甲球質量為 4.0 公斤，則甲、乙兩球碰撞期間平均作用力的量值為若干？
(A) 120 (B) 240 (C) 300 (D) 360 (E) 480 牛頓。
- ___ 3. 承上題，乙球質量為若干？
(A) 12 公斤 (B) 8 公斤 (C) 6 公斤 (D) 3 公斤 (E) 2 公斤。
- ___ 4. 承上題，碰撞前甲球的動能為若干？
(A) 36 焦耳 (B) 48 焦耳 (C) 64 焦耳 (D) 72 焦耳 (E) 96 焦耳。
- ___ 5. 碰撞後，甲的動能：乙的動能 = ？
(A) 1 : 2 (B) 1 : 3 (C) 1 : 4 (D) 2 : 3 (E) 3 : 2。

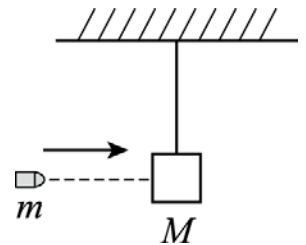
【題組二】A 球以速度 20 m/s 向右，與靜止的 B 球相碰撞，請回答下列問題：

- ___ 6. 若 A 質量為 2 公斤，B 質量為 3 公斤，且 AB 為完全非彈性碰撞，則碰撞後 B 的速度量值為若干？
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10 m/s。
- ___ 7. 承上題，碰撞前，系統地質心速度為若干？
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10 m/s。
- ___ 8. 若 A、B 為完全彈性碰撞，則下列敘述何者正確？
(A) 碰撞後 A 球的速度為 4m/s 向右 (B) 碰撞後 A 球的速度為 4m/s 向左 (C) 碰撞後 B 球的速度為 8m/s 向右 (D) 碰撞後 B 球的速度為 12 m/s 向右 (E) 碰撞後 A 的動能增加，而 B 的動能減少。

- ___ 9. 承上題，已知 A、B 為彈性碰撞，且 A、B 質量相等，則碰撞後 A 的速度為若干？
 (A)0 (B)2 (C)4 (D)6 (E)8 m/s 。
- ___ 10. 承上題，若 A 質量 10 公克，而 B 質量 10 公斤，則 A 與 B 發生彈性碰撞時，碰撞後 A 的速度為若干？
 (A)40m/s 向左 (B)20m/s 向左 (C)10m/s 向左 (D)10m/s 向右 (E)20m/s 向右。
- ___ 11. 承上題，若 A 質量 10 公斤，而 B 質量 10 公克，則 A 與 B 發生彈性碰撞時，碰撞後 B 的速度為若干？
 (A)40m/s 向右 (B)20m/s 向右 (C)10m/s 向右 (D)10m/s 向左 (E)20m/s 向左。

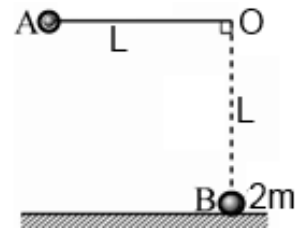
【題組三】子彈質量 0.5kg，入射質量 4.5kg 的靜止木塊，使木塊作單擺運動，如右圖。設子彈陷於木塊中，請回答下列問題：

- ___ 12. 已知子彈最初入射的速度為 100 m/s，則子彈的初動能為若干？
 (A)1000 焦耳 (B)1250 焦耳 (C)1500 焦耳
 (D)2000 焦耳 (E)2500 焦耳。



- ___ 13. 子彈入射木塊後的速度為若干？
 (A)2m/s (B)4m/s (C)5m/s (D)10m/s (E)20m/s。
- ___ 14. 木塊能上升的最大高度為若干？
 (A)2 公尺 (B)4 公尺 (C)5 公尺 (D)6 公尺 (E)10 公尺。
- ___ 15. 子彈與木塊間的動量及動能關係，下列何者錯誤？
 (A)子彈最初的動量為 50 kgm/s (B)子彈射入木塊後的動量為 50kgm/s (C)子彈射入木塊後的總動能為 250 焦耳 (D)木塊(含子彈)在最高點的重力位能為 250 焦耳 (E)木塊(含子彈)在最高點的總動量為 50kgm/s。

【題組】如右圖，一球質量 m 以細繩繫住，線長 L ，一端固定於 O 點， \overline{AO} 為水平， m 自 A 靜止降落，在 B 處與靜止之質量 $2m$ 的物體作彈性碰撞，若 $M > m$ ，請回答 16~20 題：



___ 16. m 落下至最低點且與 B 碰撞前的速率為若干？

- (A) \sqrt{gL} (B) $\sqrt{\frac{1}{2}gL}$ (C) $\sqrt{2gL}$ (D) $2\sqrt{gL}$ (E) $\frac{1}{2}\sqrt{gL}$ 。

___ 17. m 與 $2m$ 碰撞後， m 在最低點處反跳瞬間的速率為若干？

- (A) $\frac{1}{2}\sqrt{gL}$ (B) $\frac{1}{3}\sqrt{gL}$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{2gL}$ (D) $\frac{1}{3}\sqrt{2gL}$ (E) $\frac{2}{3}\sqrt{2gL}$ 。

___ 18. m 與 $2m$ 碰撞後， $2m$ 運動瞬間的速率為若干？

- (A) $\frac{1}{2}\sqrt{gL}$ (B) $\frac{1}{3}\sqrt{gL}$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{2gL}$ (D) $\frac{1}{3}\sqrt{2gL}$ (E) $\frac{2}{3}\sqrt{2gL}$ 。

___ 19. m 反跳至最高點的高度為若干？

- (A) $\frac{1}{5}L$ (B) $\frac{2}{7}L$ (C) $\frac{1}{9}L$ (D) $\frac{2}{9}L$ (E) $\frac{4}{9}L$ 。

___ 20. 碰撞後， $2m$ 上升至最高點的高度為若干？

- (A) $\frac{1}{5}L$ (B) $\frac{2}{7}L$ (C) $\frac{1}{9}L$ (D) $\frac{2}{9}L$ (E) $\frac{4}{9}L$ 。

6-2_彈性碰撞_標準答案：

類題：

1.A 2.C 3.E 4.A 5.E 6.A 7.C 8.E 9.E 10.A 11.B 12.E

一、單一選擇題：

1.D 2.A 3.C 4.D 5.E 6.D 7.D 8.B 9.A 10.B

11.A 12.E 13.D 14.C 15.E 16.C 17.D 18.E 19.C 20.E